

IT@CookBook, 기초 신호 및 시스템(2판)

[연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전재하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

제2장 신호와 시스템의 분류

[Quick Review]

※ 다음 문제에서 옳은 것을 골라라.

(1) 디지털 신호는 (시간, 크기, 주파수)가 모두 (연속, 이산)적인 값을 갖는 신호이다.

Ans) 시간, 크기, 이산

(2) $t \geq 0$ 에서 존재하는 정현파는 비주기 신호이다. (○, ×)

Ans) ○

(3) 이산 주기 신호의 주기는 반드시 (정수, 유리수, 실수)이다.

Ans) 정수

(4) 주기 6과 8인 주기 신호의 합으로 표현되는 신호의 주기는 (6, 8, 24, 없음)이다.

Ans) 24

(5) $t \geq 0$ 에서 정의되는 신호는 우대칭 및 기대칭 성분의 합으로 나타낼 수 (있다, 없다).

Ans) 있다

(6) 신호 $\cos(\omega_0 t)$ 의 기대칭 성분은 0이다. (○, ×)

Ans) ○

(7) 에너지 신호는 전력이 0이 된다. (○, ×)

Ans) ○

(8) 주기 신호는 에너지 신호이다. (○, ×)

Ans) ×

(9) 모든 신호는 반드시 에너지 신호와 전력 신호 중의 하나가 된다. (○, ×)

Ans) ×

(10) 시간에 따른 신호 값의 변화를 정확히 예측할 수 있는 것은 (확정, 불규칙) 신호이다.

Ans) 확정

(11) 가산성을 만족하면 항상 선형 시스템이 된다. (○, ×)

Ans) ×

(12) 시스템에서 선형성과 중첩의 원리는 서로 관련 없는 다른 성질이다. (○, ×)

Ans) ×

(13) 선형 시스템에서는 출력에 입력의 (과형, 에너지, 주파수)가 보존된다.

Ans) 주파수

(14) 입출력 관계가 $y(t) = ax(t) + b$ 인 시스템은 (선형, 비선형, 시불변, 시변) 시스템이다.

Ans) 비선형, 시불변

(15) 시불변 시스템은 시스템 파라미터가 시간에 종속적인 변수이다. (○, ×)

Ans) ×

(16) 출력이 현재와 과거의 입력에 의존하면 (인과, 비인과, 동적, 순시적) 시스템이다.

Ans) 인과, 동적

(17) 실시간 처리가 이루어지는 물리적 시스템은 인과 시스템이다. (○, ×)

Ans) ○

(18) BIBO 안정도는 입력 크기가 유한할 때 출력 크기가 (유한, 무한)한 성질이다.

Ans) 유한

(19) 동적 시스템의 입출력 관계는 대수 방정식으로 표현된다. (○, ×)

Ans) ×

(20) 저항소자만으로 구성된 회로는 (동적, 순시적) 시스템이다.

Ans) 순시적

[기초 문제]

2.1 다음의 신호들은 어떠한 성질을 갖는 신호들인지 [보기] 중에서 고르고, 근거를 밝혀라.

㉠ 아날로그 신호	㉡ 디지털 신호	㉢ 주기 신호	㉣ 기대칭 신호
㉤ 우대칭 신호	㉥ 불규칙 신호	㉦ 전력 신호	㉧ 에너지 신호

(a) $x[n] = \cos(\pi n) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$

(b) 동전 100번 던지기 결과 (앞면 = 1, 뒷면 = -1)

(c) $x(t) = e^{-|t|} \sin(120\pi t)$

(d) $x(t) = [t]$ ($[t]$ 는 t 에 가장 가까운 정수를 취하는 연산)

Ans) (a) ㉠ ㉡ ㉢ (b) ㉡ ㉢ ㉣ (c) ㉠ ㉣ ㉧ (d) ㉣

2.2 다음의 연속 신호가 주기 신호인지 판별하라. 만약 주기 신호라면 주기를 구하라.

(a) $x(t) = \cos(2t)$

Ans) 주기 신호, $T = \pi$

(b) $x(t) = e^{\pi t}$

Ans) 비주기 신호

(c) $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

Ans) 주기 신호, $T = 12$

(d) $x(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}\right)$

Ans) 주기 신호, $T = 3$

2.3 다음의 이산 신호가 주기 신호인지 판별하라. 만약 주기 신호라면 주기를 구하라.

(a) $x[n] = \cos\left(\frac{5\pi}{8}n\right)$

Ans) 주기 신호, $N = 16$

(b) $x[n] = \sin\left(3n + \frac{\pi}{2}\right)$

Ans) 비주기 신호

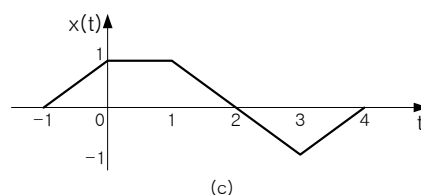
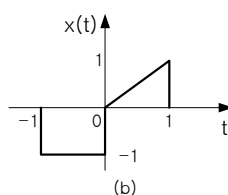
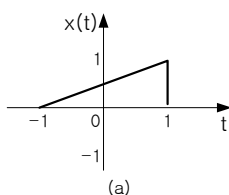
(c) $x[n] = (-1)^n$

Ans) 주기 신호, $N = 2$

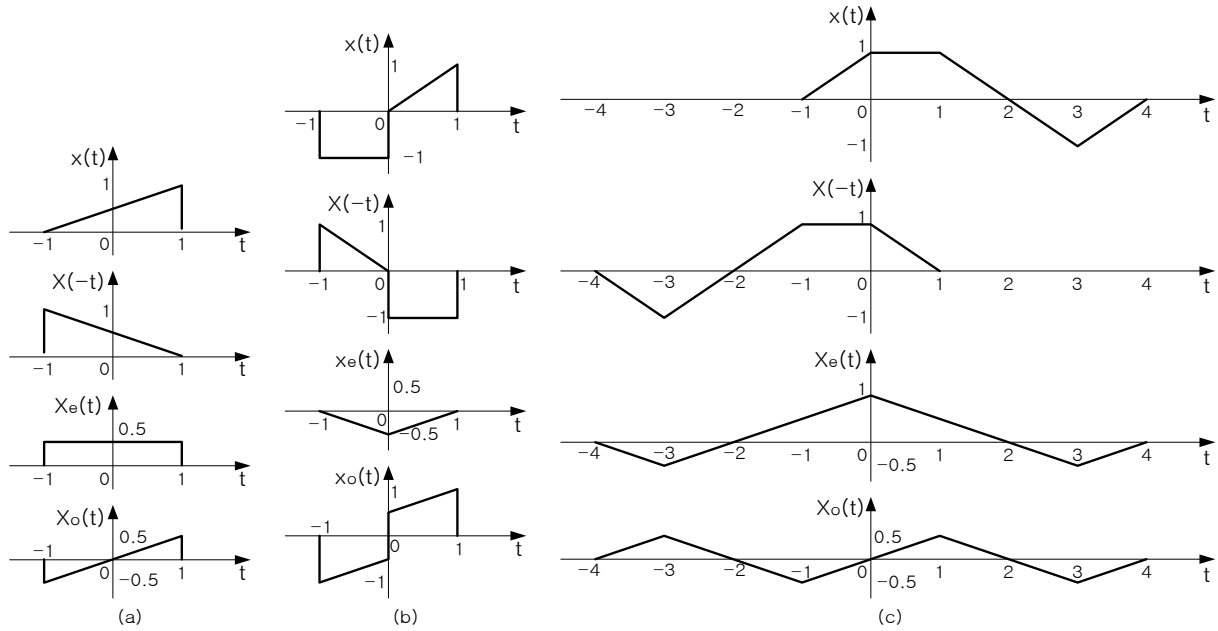
(d) $x[n] = e^{j\frac{2}{3}n}$

Ans) 비주기 신호

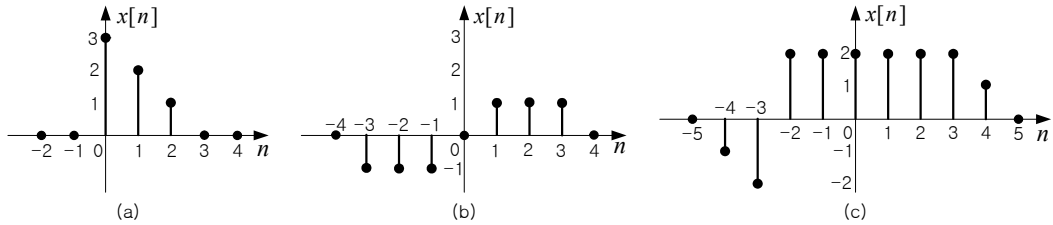
2.4 다음 그림의 연속 신호에 대해 우대칭 성분과 기대칭 성분을 구하라.



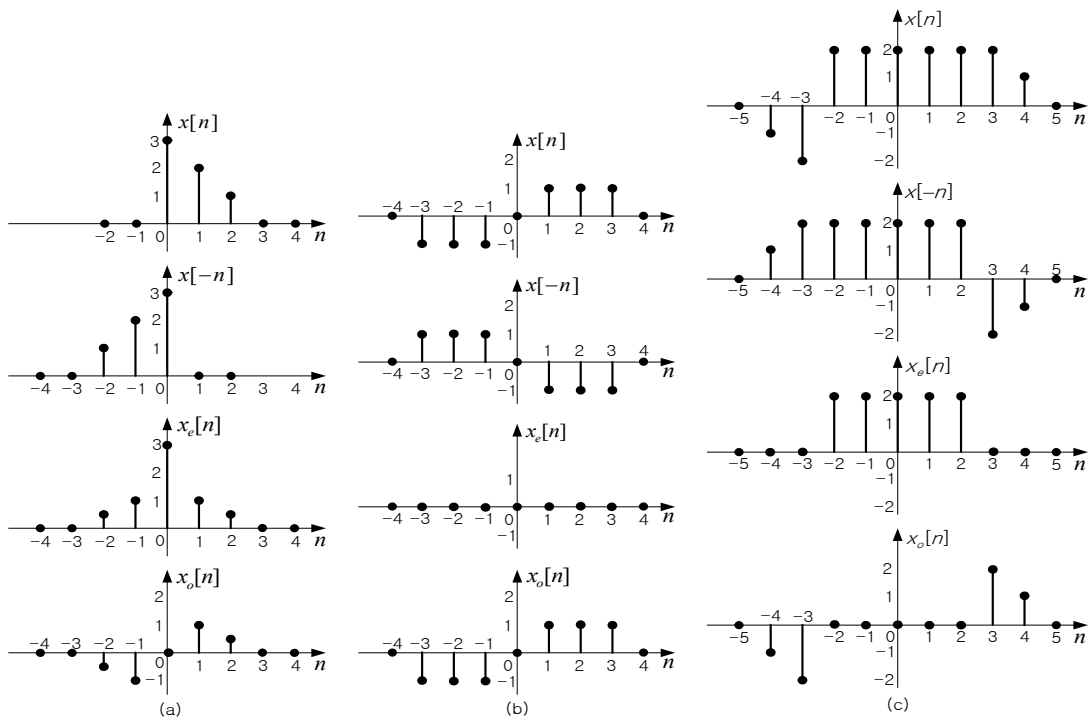
Ans)



2.5 다음 그림의 이산 신호에 대해 우대칭 성분과 기대칭 성분을 구하라.



Ans)



2.6 다음 신호에 대해 에너지 신호 또는 전력 신호인지 판별하고, 맞으면 그 신호의 에너지 또는 전력을 구하라.

(a) $x(t) = \begin{cases} 2\cos(\pi t), & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

Ans) 에너지 신호, $E = \int_{-1}^1 4\cos^2(\pi t) dt = 4$

(b) $x(t) = \cos^2(2\pi t)$

Ans) 전력 신호, $P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{4}(1 + \cos(4\pi t))^2 dt = \frac{3}{8}$

(c) $x[n] = (-0.8)^n u[n]$

Ans) 에너지 신호, $E = \sum_{k=0}^{\infty} |-0.8|^{2k} = 2.78$

(d) $x[n] = 2e^{j\frac{\pi}{2}n}$

Ans) 전력 신호, $P = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} |x[n]|^2 = 4$

2.7 다음의 시스템이 어떠한 성질을 만족하는지 [보기] 중에서 고르고 근거를 밝혀라.

㉠ 선형 시스템	㉡ 비선형 시스템	㉢ 시불변 시스템	㉣ 시변 시스템
㉤ 인과 시스템	㉥ 안정 시스템	㉦ 불안정 시스템	㉧ 동적 시스템

(a) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau, \quad y(-\infty) = 0$

(b) $y(t) = tx(t)$

(c) $y(t) = \cos(x(t))$

(d) $y(t) = Kx(t+1)$

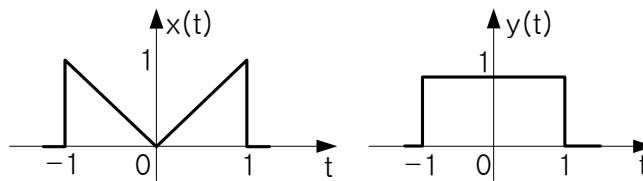
Ans) (a) ㉠ ㉢ ㉤ ㉦ ㉧

(b) ㉡ ㉣ ㉥ ㉦

(c) ㉠ ㉢ ㉤ ㉥

(d) ㉠ ㉢ ㉥ ㉧

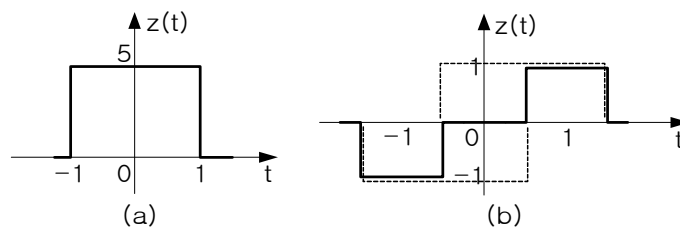
2.8 어떤 연속 LTI 시스템에서 그림의 입력 $x(t)$ 에 대한 출력이 $y(t)$ 와 같을 때 다음 입력에 대한 출력을 구하여 그려라.



(a) $2x(t) + 3x(-t)$

(b) $x(t - \frac{1}{2}) - x(t + \frac{1}{2})$

Ans)



2.9 입출력 관계가 다음과 같은 연속 시스템에 대해 선형성, 시불변성, 인과성, 안정성, 기억성을 만족하는지 판별하라.

(a) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 불만족 ⑤ 기억성 : 만족

(b) $y(t) = \begin{cases} x(t), & t \geq 0 \\ -x(t), & t < 0 \end{cases}$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 불만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 만족 ⑤ 기억성 : 불만족

(c) $y(t) = x(t)u(t)$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 불만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 만족 ⑤ 기억성 : 불만족

(d) $y(t) = \ln(x(t))$

Ans) ① 선형성 : 불만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 불만족 ⑤ 기억성 : 불만족

2.10 입출력 관계가 다음과 같은 이산 시스템에 대해 선형성, 시불변성, 인과성, 안정성, 기억성을 만족하는지 판별하라.

(a) $y[n] = x[2n]$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 불만족 ④ 안정성 : 만족 ⑤ 기억성 : 불만족

(b) $y[n] = nx[n-1]$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 불만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 불만족 ⑤ 기억성 : 만족

(c) $y[n] = x[1-n]$

Ans) ① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 불만족 ④ 안정성 : 만족 ⑤ 기억성 : 만족

(d) $y[n] = |x[n]|$

Ans) ① 선형성 : 불만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 만족 ④ 안정성 : 만족 ⑤ 기억성 : 불만족

[응용 문제]

2.11 다음의 연속 신호가 주기 신호인지 판별하라. 만약 주기 신호라면 주기를 구하라.

(a) $x(t) = \cos\left(2t - \frac{1}{\pi}\right)$

Ans) 주기 신호, $T = \pi$

(b) $x(t) = \cos(\pi t) + 3e^{-j2\pi t}$

Ans) 주기 신호, $T = 2$

(c) $x(t) = e^{-2t} \cos(2\pi t)$

Ans) 비주기 신호

(d) $x(t) = \sin(4\pi t) \cos(2\pi t)$

Ans) 주기 신호, $T = 1$

2.12 다음의 이산 신호가 주기 신호인지 판별하라. 만약 주기 신호라면 주기를 구하라.

(a) $x[n] = \cos\left(\frac{3\pi n^2}{2} + \pi\right)$

Ans) 비주기 신호

(b) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{5}n + \pi\right) + \sin\left(\frac{\pi}{10}n - \pi\right)$

Ans) 주기 신호, $N = 20$

(c) $x[n] = e^{j\frac{\pi}{2}n} \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

Ans) 주기 신호, $N = 8$

(d) $x[n] = \cos\left(\frac{1}{2}n\right) + \sin\left(\frac{1}{3}n\right)$

Ans) 비주기 신호

2.13 다음 신호가 어떤 대칭성을 만족하는지 판별하라.

(a) $x(t) = \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t)$

Ans) 우대칭

(b) $x(t) = \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t)$

Ans) 우대칭

(c) $x(t) = \cos(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t)$

Ans) 기대칭

2.14 다음 신호의 우대칭 성분과 기대칭 성분을 구하라.

(a) $x(t) = at^2 + bt + c$

Ans) $x_e(t) = at^2 + c, \quad x_o(t) = bt$

(b) $x(t) = 2\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

Ans) $x_e(t) = 2\cos(\pi t)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos(\pi t), \quad x_o(t) = 2\sin(\pi t)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin(\pi t)$

(c) $x[n] = e^{j\Omega n}$

Ans) $x_e[n] = \cos(\Omega n), \quad x_o[n] = j \sin(\Omega n) = e^{j\frac{\pi}{2}} \sin(\Omega n)$

(d) $x[n] = 2u[n]$

Ans) $x_e[n] = 1 + \delta[n] = \begin{cases} 2, & n=0 \\ 1, & n \neq 0 \end{cases}, \quad x_o[n] = \text{sgn}[n] = \begin{cases} 1, & n > 0 \\ 0, & n = 0 \\ -1, & n < 0 \end{cases}$

2.15 다음의 신호에 대해 에너지 신호 또는 전력 신호인지 판별하고, 맞으면 그 신호의 에너지 또는 전력을 구하라.

(a) $x(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

Ans) 에너지 신호, $E = 2 \int_0^1 (-t+1)^2 dt = \frac{2}{3}$

(b) $x(t) = \begin{cases} 2\cos(\pi t), & t \geq 0 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

Ans) 전력 신호, $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T 4\cos^2(\pi t) dt = 1$

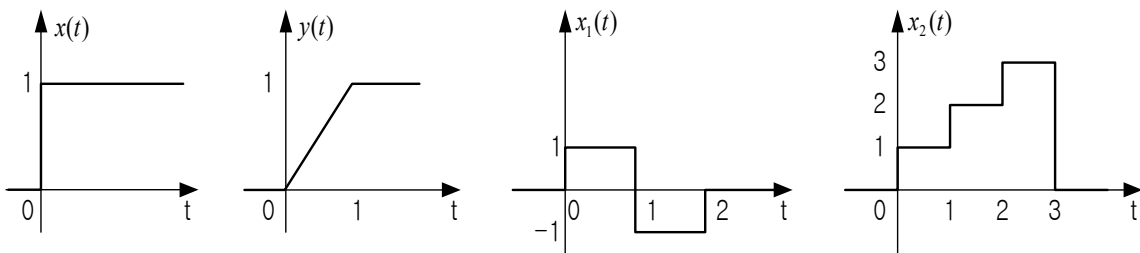
(c) $x[n] = 2e^{j4n}$

Ans) 전력 신호, $P = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N (2e^{j4n})(2e^{-j4n}) = 4$

(d) $x[n] = \begin{cases} (0.5)^n \cos(\pi n), & n \geq 0 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

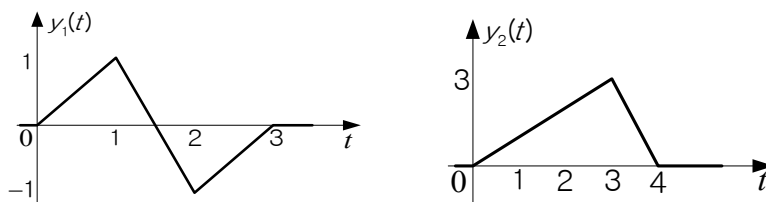
Ans) 에너지 신호, $E = \sum_{n=0}^{\infty} (-0.5)^{2n} = \frac{4}{3}$

2.16 다음 그림의 신호 $x(t)$ 를 입력으로 넣으면 출력으로 신호 $y(t)$ 가 나오는 연속 LTI 시스템에 $x_1(t)$ 과 $x_2(t)$ 의 신호를 각각 입력으로 넣었을 때 출력을 구하라.

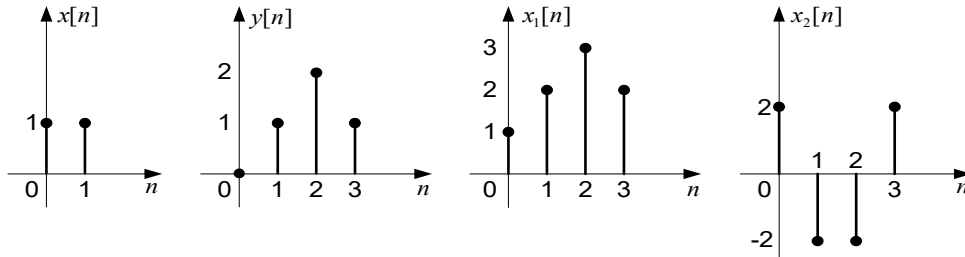


Ans) $y_1(t) = tu(t) - 3(t-1)u(t-1) + 3(t-2)u(t-2) - (t-3)u(t-3)$

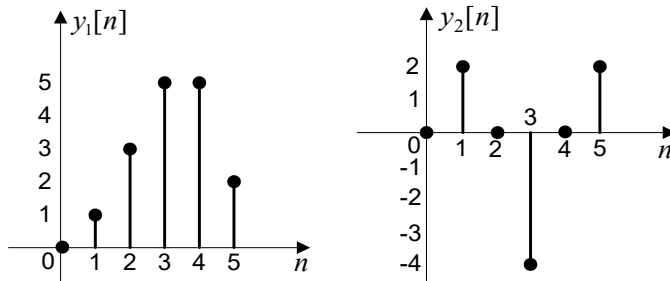
$y_2(t) = tu(t) - 4(t-3)u(t-3) + 3(t-4)u(t-4)$



2.17 다음 그림의 신호 $x[n]$ 을 입력으로 넣으면 출력으로 신호 $y[n]$ 이 나오는 이산 LTI 시스템에 $x_1[n]$ 과 $x_2[n]$ 의 신호를 각각 입력으로 넣었을 때 출력을 구하라.



Ans) $y_1[n] = \delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 5\delta[n-3] + 5\delta[n-4] + 2\delta[n-5]$
 $y_2[n] = 2\delta[n-1] - 4\delta[n-3] + 2\delta[n-5]$



2.18 시스템 L_1 의 뒤에 시스템 L_2 가 종속으로 연결되어 있다. 각 시스템의 입출력 관계가 다음과 같을 때, 물음에 답하라.

$L_1 : y_1[n] = x_1[n] + 2x_1[n-2]$
 $L_2 : y_2[n] = x_2[n-1] - 2x_2[n-3]$

(a) 전체 시스템의 입출력 관계를 구하고 선형성, 시불변성, 인과성을 판별하라.

Ans) $y_2[n] = x_1[n-1] - 4x_1[n-5]$

① 선형성 : 만족 ② 시불변성 : 만족 ③ 인과성 : 만족

(b) 두 시스템의 연결 순서를 바꾸었을 때의 입출력 관계를 구하라.

Ans) $y_1[n] = x_2[n-1] - 4x_2[n-5]$

(c) 시스템 L_1 과 시스템 L_2 가 모두 선형 시불변 시스템이기 때문이다.

2.19 입출력 관계가 다음과 같은 방정식으로 표현되는 연속 시스템에 대해 선형성, 시불변성, 인과성, 기억성의 특성을 만족하는지 판별하라.

(a) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

(b) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x^2(t)$

Ans) ① 선형성 : 불만족, ② 시불변성 : 만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

(c) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = tx(t)$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 불만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

(d) $\frac{dy(t)}{dt} + 2y^2(t) = x(t)$

Ans) ① 선형성 : 불만족, ② 시불변성 : 만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

2.20 입출력 관계가 다음과 같은 방정식으로 표현되는 이산 시스템에 대해 선형성, 시불변성, 인과성, 기억성의 특성을 만족하는지 판별하라.

(a) $y[n] + 2y[n-1] = x[n]$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

(b) $y[n] - 2^n y[n-1] = x[n+1]$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 불만족, ③ 인과성 : 불만족, ④ 기억성 : 만족

(c) $y[n] + ny[n-1] = x[n]$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 불만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족

(d) $y[n] + y[n-1] = nx[n]$

Ans) ① 선형성 : 만족, ② 시불변성 : 불만족, ③ 인과성 : 만족, ④ 기억성 : 만족